

УДК 621.391

**Н. Р. Кондратенко, к. т. н., доц.; С. М. Куземко, асп.; О. А. Ткачук****ОБРОБКА СИГНАЛІВ ЗА ДОПОМОГОЮ ВЕЙВЛЕТ-ПЕРЕТВОРЕННЯ**

*Запропоновано підхід до побудови систем обробки сигналів з використанням вейвлет-перетворення на основі експериментальних даних за допомогою нечітких логічних систем з інтервальними функціями належності.*

**Вступ**

Теорія вейвлет-перетворення сигналів сформувалася на початку 90-х років. Вона отримала таке ж широке застосування, як і класичне перетворення Фур'є. Фундаментальний принцип ортогонального розкладу дає можливість незалежного аналізу функції на різних масштабах її зміни. Вейвлет представлення сигналів (функцій часу) є проміжним між повністю спектральним і часовим представленням [1].

Вейвлети використовуються в квантовій фізиці, фізиці електромагнітних явищ, математиці, електроніці і сейсмогеології, у стисненні зображень для архівів і телекомунікацій, у дослідженнях турбулентності, в аналізі радарних сигналів і прогнозуванні землетрусів [1, 2].

В останній час закордонні дослідники запропонували новий науковий напрямок, який отримав назву «нечіткі вейвлети» [3]. Суть цього підходу полягає в тому, що за допомогою вейвлетів отримують множину інформативних коефіцієнтів, які передають на нечітку логічну систему. За допомогою накопиченого досвіду експерту (експертів) або експериментальних даних нечітка логічна система дозволяє розв'язувати складні задачі класифікації сигналів. Наприклад, в роботі [3] нечіткі вейвлети були використані для побудови системи протипожежної безпеки. Інформація з інфрачервоних датчиків обробляється за допомогою вейвлет-перетворення. Отримані значення коефіцієнтів передаються на нечітку логічну систему, яка приймає рішення про наявність полум'я та автоматично включає подачу води в протипожежну систему.

Запропонований напрямок базується на традиційному підході до побудови нечітких логічних систем, який не враховує особливостей обробки сигналів за допомогою вейвлет-перетворення. Для побудови нечітких логічних систем використовується експерт (в якості нього може виступати розробник системи). Він визначає базу правил та функції належності нечітких множин. Але певна предметна область може характеризуватися великою кількістю вейвлет-коефіцієнтів (сотні, тисячі), що надзвичайно ускладнює роботу експерта [1, 2]. Під час оброблення сигналів частина вейвлет-коефіцієнтів, значення яких близькі до нуля або не перевищують певний заданий поріг, може бути відкинута [1]. За допомогою цієї процедури можна досягнути ущільнення інформації без значного погіршення початкового сигналу. Але така процедура створює труднощі, так як традиційні нечіткі логічні системи не можуть функціонувати з даними, що містять пропуски [4].

Тому задача розробки підходів до побудови систем оброблення сигналів з використанням вейвлет-перетворення на основі експериментальних даних за допомогою нечітких логічних систем на даний час є актуальною.

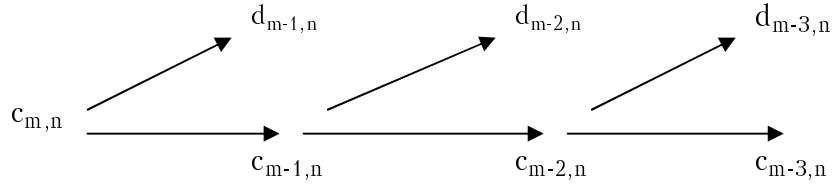
**Постановка задачі**

Поставимо задачу розроблення підходу до побудови систем оброблення сигналів з використанням вейвлет-перетворення на основі експериментальних даних за допомогою нечітких логічних систем.

**Вейвлет-перетворення**

Вейвлет-перетворення може бути визначено як дерево низькочастотних та високочастотних фільтрів, як показано на рис. 1 [1].

Сигнал ітеративно фільтрується за допомогою фільтрів високої та низької частоти. Вейвлет-коефіцієнти відповідають пройденим високочастотним коефіцієнтам, а апроксимувальні коефіцієнти отримують за допомогою низькочастотного фільтрування. Низькочастотні коефіцієнти розглядаються як вхідний сигнал для наступного рівня розрізнення. Перетворення є зворотним і початковий сигнал може бути ітеративно відтворений за допомогою вейвлет-коефіцієнтів та коефіцієнта низькочастотного фільтра останнього рівня.



Вейвлет перетворення

Для знаходження вейвлет-коефіцієнтів використовуються такі співвідношення [1, 3]:

$$c_{m-1,n} = \sum_r g_{r-2n} c_{m,n};$$

$$d_{m-1,n} = \sum_r h_{r-2n} c_{m,n};$$

де  $g_{r-2n}$  — коефіцієнти високочастотних фільтрів,  $d_{r-2n}$  — коефіцієнти низькочастотних фільтрів.

Велика кількість вейвлет-коефіцієнтів та наявність пропусків в експериментальних даних ускладнюють побудову систем, які описують певну область обробки сигналів. В межах традиційного підходу до побудови нечітких логічних систем за допомогою експерта врахування пропусків у вхідних даних є неможливим. Сучасний підхід до опису пропусків в даних пов'язують з інтервальними функціями належності. В [4] було запропоновано метод побудови нечітких логічних систем на основі експериментальних даних, що містять пропуски з використанням інтервальних функцій належності. Даний підхід було використано в побудові системи медичного діагностування [4]. Експериментальні дослідження продемонстрували високу ефективність опису різноманітних невизначеностей (в тому числі і пропусків) за допомогою запропонованого підходу. Запропонуємо його для використання в побудові систем обробки сигналів за допомогою вейвлет-перетворення.

### Метод побудови нечітких логічних систем із експериментальних даних

За визначенням, нечітка множина є множиною типу  $q$ ,  $q = 2, 3, \dots$ , якщо значеннями її функції належності є нечітка множина типу  $q - 1$ . Функція належності нечіткої множини типу 1 набуває значення на інтервалі  $[0, 1]$  [5].

Інтервальна функція належності є спеціальним випадком нечіткої множини типу 2. В якості значення функції належності виступає інтервал.

Нехай є експериментальна вибірка  $X$ , яка містить вейвлет-коефіцієнти та відповідні верифіковані значення вихідної величини

$$X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\},$$

де  $X_i = (x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki}, y_i)$ ,  $i = 1 \dots n$ ;  $n$  — кількість експериментальних прикладів,  $k$  — кількість вхідних змінних,  $y$  — вихідна величина.

В експериментальній вибірці значення певних  $x_{ij}$  невідомі, тобто існує певна множина  $H \subset [(1 \dots k) \times (1 \dots n)]$ , така, що  $x_{ij \in H} = \emptyset$ .

Тоді базу правил, використовуючи інтервальні функції належності, можна визначити таким чином [4]:

$$R_1 : IF x_1 = {}^{(2)}\tilde{A}_{1 \notin H} AND \dots x_i = {}^{(2)}\tilde{A}_{i \notin H} AND \dots AND x_k = {}^{(2)}\tilde{A}_{k \notin H} THEN y = {}^{(1)}\tilde{B}_1$$

...

$$R_n : IF x_1 = {}^{(2)}\tilde{A}_{1 \notin H} AND \dots AND x_i = {}^{(2)}\tilde{A}_{i \notin H} \dots AND x_k = {}^{(2)}\tilde{A}_{k \notin H} THEN y = {}^{(1)}\tilde{B}_m,$$

де  $(2) \tilde{A}_{ij}$ ,  $i = 1 \dots n$ ,  $j = 1 \dots k$  — інтервальна функція належності,

$(1) \tilde{B}_i$ ,  $i = 1 \dots n$ , — нечітка множина типу 1.

Для визначення параметрів інтервальних функцій належностей використовується алгоритм, запропонований в роботі [4]. Принцип дії алгоритму полягає в розбитті експериментальних даних на навчальну та тестову вибірки. На навчальних даних будується нечітка логічна система, а на тестових даних контролюється адекватність відображення предметної області.

1. *Зменшення вибірки.* Побудова нечіткої логічної системи на всій вибірці (з використанням методу прямого генерування та звичайних функцій належності);

2. Якщо  $k < \text{size}$  перейти на п. 3, інакше перейти на п. 4.

3. Виключення правила  $k$  з нечіткої логічної системи; розрахунок відгуку нечіткої логічної системи по всій вибірці. Якщо помилка в межах допустимого, тоді  $\text{size} = \text{size} - 1$ ; перейти на п. 2, інакше додати в нечітку логічну систему вилучене правило;  $k = k + 1$ ; перейти на п. 2.

4. *Визначення діапазону зміни параметрів.*  $K = 1$  (форму функцій належності і їх параметри, які будуть задаватися інтервалами значень, обирає експериментатор);

5. *Визначення верхньої межі діапазону.* Множимо параметри функцій належності на  $k$  (можна множити одночасно всі параметри нечіткої логічної системи, а можна послідовно кожний); розрахунок відгуку нечіткої логічної системи по всій вибірці;

6. Якщо помилка в межах допустимого, тоді  $k = k + \epsilon$  ( $\epsilon$  — приріст значень, вибирається експериментатором); перейти на п. 5, інакше  $\max_p = p^*(k - \epsilon)$ ;  $k = 1$ ; перейти на п. 7;

7. *Визначення нижньої межі діапазону.* Множимо параметри функцій належності на  $k$  (можна множити одночасно всі параметри нечіткої логічної системи, а можна послідовно кожний); розрахунок відгуку нечіткої логічної системи по всій вибірці.

8. Якщо помилка в межах допустимого, тоді  $k = k - \epsilon$ ; перейти на п. 7, інакше  $\min_p = p^*(k + \epsilon)$ ;

Розглянутий метод дозволяє будувати нечіткі логічні системи на основі експериментальних даних, що містять пропуски, але він не дозволяє визначати значення вихідної величини для пропусків у вхідному векторі. Запропонуємо підхід до визначення вихідної величини для пропусків у вхідних даних [4].

### Алгоритм прийняття рішень для пропусків у вхідних даних

1. Нехай: відома експериментальна вибірка  $X$  може містити пропуски

$$X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\},$$

де  $X_i = (x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki}, y_i)$ ,  $i = 1 \dots n$ ;  $n$  — кількість експериментальних прикладів,  $k$  — кількість вхідних змінних,  $y$  — вихідна величина; та відомий вхідний вектор  $X_{in} = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ , причому існує множина  $U \subset (1, \dots, k)$  така, що  $x_{i \in U} = \emptyset$ .

Тоді алгоритм прийняття рішень за наявності пропусків у вхідних даних має вигляд:

Виділяємо з експериментальної вибірки  $X$  підвибірку  $D$ :

$$D = \{D_1, D_2, \dots, D_n\},$$

де  $D_i = (x_{1 \notin U_i}, x_{2 \notin U_i}, \dots, x_{p \notin U_i}, y_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $p$  — кількість відомих значень параметрів.

Фактично формується нова експериментальна вибірка з початкової вибірки шляхом виключення стовпців, для яких невідомі вхідні значення.

2. Проводимо генерування нечіткої логічної системи на основі експериментальної вибірки  $D$  за допомогою методу, який описано раніше. Отримуємо систему, для якої значення всіх вхідних параметрів відомі.

3. Визначаємо вихідне значення системи за методом, що описаний раніше.

### Нечіткий логічний висновок

Американським вченим Дж. Менделем було запропоновано нечіткий логічний висновок

для систем з використанням інтервальних функцій належності [6].

Знаходяться інтервальні ступені належності кожного правила з допомогою операції мінімуму всіх анцедентів.

$$\mu_{R_i} = \left[ \min_j \left( \underline{\mu}^{(2)A_{ij}}(x_j^*) \right); \min_j \left( \bar{\mu}^{(2)A_{ij}}(x_j^*) \right) \right].$$

Знаходяться ліва та права границі вихідного інтервалу за допомогою спеціальних алгоритмів. Вихідна величина, в залежності від умов розв'язуваної задачі, може бути або інтервалом  $y = [y_l; y_r]$ , якщо кінцеве рішення приймає людина, або точним значенням  $y = (y_l + y_r)/2$ , якщо побудована нечітка логічна система виступає, наприклад, в якості автоматичної системи керування.

### Висновки

Отримані теоретичні результати дозволяють реалізувати синтез вейвлет-перетворення та нечітких логічних систем.

Подальші дослідження пов'язуються з використанням розробленого підходу для розв'язання задачі розпізнавання зображень.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Астафьева Н. М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // Успехи Физических Наук. — 1996. — Т. 166. — № 11. — С. 1145—1170.
2. Терехов С. А. Вейвлеты и нейронные сети: Лекция для школы-семинара «Современные проблемы нейронинформатики». МИФИ, Москва, 24—26 января 2001 г.
3. Marc Thuillard. A review of wavelet networks, wavelets fuzzy wavenets and their applications/ ESIT 2000, 14—15 September 2000, Aachen, Germany. — P. 5—16.
4. Кондратенко Н. Р., Зелінська Н. Б., Куземко С. М. Нечіткі логічні системи з врахуванням пропусків в експериментальних даних // Наукові вісті національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». — 2004. — № 5. — С. 37—41.
5. Заде Л. А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. — М: Мир, 1976. — 165 с.
6. J. M. Mendel, Uncertain Rule—Based Fuzzy Logic Systems: Introduction and New Directions, Prentice—Hall, Upper Saddle River, NJ, 2001.

Матеріали статті рекомендовані до опублікування оргкомітетом конференції «Сучасні проблеми радіоелектроніки, телекомунікацій та приладобудування» (2—5.07.05)

Надійшла до редакції 11.07.05  
Рекомендована до друку 21.07.05

**Кондратенко Наталія Романівна** — доцент; **Куземко Сергій Михайлович** — аспірант; **Ткачук Олег Анатолійович** — пошукач.

Кафедра обчислювальної техніки, Вінницький національний технічний університет